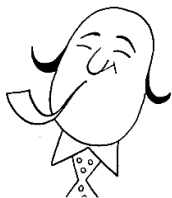


# Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

## 1. Indledning



*Ak ja, livet er svært; men matematik er sværere*

Robert Storm P

Titlen på en publikation fra Nationellt centrum för matematikutbildning ved Göteborgs Universitet lyder: *Dyskalkyli – finns det?* I bogen søger forfatterne på baggrund af omfattende litteraturstudier at definere og afgrænse problemfeltet.

Uden her at gå ind i en diskussion omkring afgrænsning og præcisering af begreberne dyskalkuli og matematikvanskeligheder kan det påstås, at de elever i uddannelsessystemet, der har brug for specialpædagogisk støtte i matematik, deres forældre og lærere vil svare bekræftende på, at matematikvanskeligheder eksisterer. På samme måde oplever mange voksne, at manglende matematikfærdigheder medfører vanskeligheder med at honorere hverdagens krav til matematisk forståelse og tænkning<sup>1</sup>.

Årsagerne til matematikvanskeligheder kan være mange og problemstillingerne yderst komplekse. Men på baggrund af de erfaringer med udredning af matematikvanskeligheder vil det give mening, at foretage en første grov opdeling af vanskelighederne i to hovedgrupper.

---

<sup>1</sup> Engelske studier angiver at 26% af den voksne befolkning har så ringe matematiske færdigheder, at de ikke kan klare hverdagens krav til matematik. Den internationale PIACC-undersøgelse fra 2013 fastslår, at omkring 531 000 danskere svarende til lidt under 15 % har så mangelfulde matematikfærdigheder, at de har vanskeligt ved at honorere hverdagens krav til matematisk tænkning og arbejde.



## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

Begrebet matematik kan opfattes både meget bredt og meget snævert. I den snævre betydning kan matematik opfattes som ”*det man lærer i matematiktimerne*”: regning, geometri, brøk, procent, algebra osv. I den brede betydning kan matematik beskrives som en måde at forstå og begå sig i omverdenen. Her opfattes matematik således ikke som et fag; men mere som en del af den daglige tilværelse: Har man vanskeligheder med at tænke og arbejde matematisk kan man have svært ved at forstå busplaner, lønsedler, finde vej efter et kort, give penge tilbage efter indkøb, forstå materiale fra det offentlige ect.

Matematikken er i og omkring os i mange af hverdagens aktiviteter – og i flere end man umiddelbart forestiller sig. Den engelske neuropsykolog Brian Butterworth, der gennem en årrække har arbejdet med området anslår således, at et menneske tænker ca. 16.000 matematiske tanker i løbet af et døgn!<sup>2</sup> Og har man vanskeligheder med denne tænkning og forståelse, får det naturligt konsekvenser for at agere i dagligdagen. Muligheder for at lære at anvende matematik kan således betragtes som værende *en menneskelig rettighed og en forudsætning for aktiv deltagelse i samfundslivet*<sup>3</sup>

Sammenfattende kan matematisk tænkning defineres som et redskab til at *udforske, systematisere og kategorisere erfaringer og indtryk for at finde forklaringer og sammenhænge*.<sup>4</sup> Denne evne udvikles og forfines gennem livet og bygger på en række færdigheder og kompetencer<sup>5</sup>.

---

<sup>2</sup> Butterworth, Brian: The Mathematical Brain

<sup>3</sup> Ljungblad (2006)

<sup>4</sup> Lunde (2002)

<sup>5</sup> For yderligere uddybning af kompetencebegrebet i matematisk sammenhæng se <http://pub.uvm.dk/2002>

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

### 3. Dyskalkuli eller matematikvanskeligheder?

Modsat læsevanskeligheder eller dysleksi er der for nuværende ikke en fælles forståelse for og definition af begrebet matematikvanskeligheder eller dyskalkuli. Begreber som akalkuli, dyskalkuli, udviklingsdyskalkuli, pseudodyskalkuli, dysmatematik, regnehuller, generelle eller specifikke matematikvanskeligheder, behov for matematiklæring søger alle at definere, afgrænse og beskrive vanskeligheder med at arbejde matematisk ud fra en af nedenstående tilgange<sup>6</sup>

- 1) i forhold til alder, andre (fag-)områder, eller IQ (diskrepansdefinitioner)
- 2) i forhold til et nærmere defineret færdighedsniveau (prokuradefinitioner)
- 3) som udtryk for karakteristiske kendetegn ved netop denne indlæringsvanskelighed.

Denne mangfoldighed - en svensk opgørelse af forskellige definitioner af begrebet matematikvanskeligheder har optalt over 50 forskellige begreber, der alle forsøger at definere området - gør det selvsagt vanskeligt at nå en fælles forståelse for baggrunden for vanskelighederne. Samtidigt medfører den manglende fælles forståelse, at det anslåede antal af personer med matematikvanskeligheder varierer fra ca. 1 % til op mod 20 % alt efter, hvilken definition og årsagsforklaring forskere anvender. Der synes dog, at være nogenlunde enighed om, at omkring 3 - 6 % har massive (ind)læringsvanskeligheder i matematik<sup>7</sup>. Det er dog værd at notere sig, at opgørelserne **ikke** tager hensyn til hvorvidt de bagvedliggende årsager til vanskelighederne skyldes faktorer knyttet til forhold omkring undervisningen eller årsagerne skal søges i forhold i eller omkring eleven.

---

<sup>6</sup> Opdelingen bygger på Ostad i Psykologisk Pædagogisk Rådgivning 4/2007: *Tema: Matematikvanskeligheder p 294ff.*

Der er – med rette – fremført kritik mod alle tre måder at definere og afgrænse vanskelighederne på. Se evt. Lunde (2010)

<sup>7</sup> Opgørelsen bygger på Sterner og Lundberg (2010)

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

I den aktuelle forskning<sup>8</sup> er der enighed om, at talfornemmelse<sup>9</sup> og talforståelse er centrale begreber i forhold til forståelsen af baggrunden for dyskalkuli. Nedsat talfornemmelse og forståelse vil medføre vanskeligheder med at indlære basale og elementære matematiske færdigheder.

Talfornemmelsen og -forståelsen udvikles fra barnets medfødte intuitive fornemmelse for antal og mængde til førskolebarnets evne til sprogligt og symbolsk at kunne give udtryk for størrelser og forståelse for relationer mellem forskellige talstørrelser.

Internationalt defineres matematikvanskeligheder i WHO's klassifikation af sygdomme ICD-10<sup>10</sup> som en udviklingsforstyrrelse (F81.2: Specific disorder of arithmetical skills) rettet specifikt mod regnefærdigheder indenfor de 4 regningsarter. Det er her værd at notere sig, at diagnosen **ikke** medtager mere abstrakte matematiske delområder som geometri, algebra m.v. Diagnosen søger ikke forklare årsagerne til udviklingsforstyrrelsen; men det understreges, at de manglende regnefærdigheder ikke kan forklares ud fra lav intelligens (mental retardation) eller utilstrækkelig skolegang (inadequate schooling)

I Danmark er der for nuværende ikke en officiel definition af dyskalkuli; men Undervisningsministeriet har i efteråret 2014 nedsat en arbejdsgruppe, der skal udvikle screeningmateriale til brug for elever i 4. klasse og man har med udgivelse af rapporten

Talblindhed - en forskningsoversigt<sup>11</sup> ønsket at sætte fokus på området. I

talblinderapporten er "talblindhed" bl. a. karakteriseret ved følgende kendetegn:

- Vanskeligheder med simpel forståelse for tal og mængder

---

<sup>8</sup> Lundberg og Sterner (2010)

<sup>9</sup> Kort fortalt dækker betegnelsen "talfornemmelse" over den intuitive og medfødte evne til at afgøre mængders indbyrdes størrelse samt identificere antallet i mindre mængder. Vedr. begrebet talforståelse se p 11 - 12

<sup>10</sup> <http://www.who.int/classifications/apps/icd/icd10online/gf80.htm>

<sup>11</sup> [http://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Folke/PDF13/Nov/131112\\_Talblindhed\\_kortlaegning%20fra%20SF1.pdf](http://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Folke/PDF13/Nov/131112_Talblindhed_kortlaegning%20fra%20SF1.pdf)

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

- Vanskeligheder med basale regnefærdigheder (addition, subtraktion, multiplikation og division) med etcifrede tal
- Vanskeligheder med at forstå ti-talsystemet
- Vanskeligheder med additions- og subtraktionsstrategier, hvor eleven anvender primitive strategier (fx fingertælling) – eleven tæller fx langsomt og unøjagtigt
- Vanskeligheder med sprog- og begrebsforståelse inden for matematikken

Lunde (2010 b) forsøger på baggrund af omfattende litteraturstudier at opdele matematikvanskeligheder i nedenstående grupper.

- **Dyskalkuli**<sup>12</sup>, der er den smalle definition af begrebet, hvor årsagerne til vanskelighederne primært kan henføres til medfødte dispositioner. Antallet af personer i denne gruppe skønnes være mellem 1 - 2 %
- **Specifikke matematikvanskeligheder**, der betegner den gruppe af elever, der har massive problemer med matematik – almindeligvis en diskrepans på 2-3 år under det forventelige niveau<sup>13</sup>. Antallet i denne gruppe skønnes være mellem 3 – 6 %.
- **Matematikvanskeligheder**, der betegner de 10 – 15 %, der har vanskeligheder med at nå de faglige mål i matematik.

I tilknytning til ovenstående grupperinger, der tager udgangspunkt i den matematik, man møder i uddannelsessystemet, kan det være relevant at tale om en fjerde gruppe.

---

<sup>12</sup> Ifølge Lundberg og Sterner (2009) er termen dyskalkuli mere kontroversiel end termen dysleksi – især fordi kriterierne er uklare.

<sup>13</sup> Lunde påpeger selv det problematiske i at placere elevens niveau på et bestemt alderstrin og i at vurdere eller måle evner/intelligens.

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

- **Funktionelle matematikvanskeligheder**, hvor man finder de 25 – 30 %, der har vanskeligheder med at anvende matematik i hverdags-, samfunds- og arbejdslivet. Matematikken er her løsrevet fra undervisningssituationer, og de matematiske færdigheder anvendes funktionelt.

### 4. Årsagsforklaringer – kendetegn.

Som en naturlig følge af den manglende fælles forståelse for begrebet er der ikke enighed omkring årsagerne til matematikvanskeligheder. Traditionelt opdeler man årsagsforklaringerne i hovedgrupper alt efter deres teoretiske udgangspunkt<sup>14</sup>



- **Neurologiske/neuropsykologiske**

Forklaringerne er her især rette mod svigt i kognitive funktioner eksempelvis *opmærksomhed, spatial og sekventiel strukturering, hukommelse, sprog, motorik ect.*

- **Psykologiske**

Fokus rettes her bl.a. mod manglende motivation, angst, mm.

- **Sociologiske**

Fokus rettes her mod miljøfaktorer – bl.a understimulering og social arv

<sup>14</sup> Modellen er gengivet i flere artikler og bøger.

For uddybning af modellen se evt. Hansen m.fl (2006) p 31 - 47

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

- **Didaktiske.**

Fokus rettes her mod undervisningsmetoder samt forhold vedrørende undervisningens organisering, lærerens undervisningsmæssige kompetence, timetal ect.

Uenigheden mellem forskerne er i første omgang centreret omkring forsøg på at finde frem til årsagsforklaringer. Forskerne deler sig inden for to poler, hvor det ene yderpunkt ser på vanskeligheder som individorienterede og betoner svigt i det neurale grundlag som afgørende for vanskelighederne; mens det andet yderpunkt er systemorienteret og ser på forhold omkring den kontekst, hvor matematikvanskelighederne optræder som det centrale.

Et forsøg på at kombinere de to synspunkter ses bl.a. hos Magne<sup>15</sup> og Lunde<sup>16</sup>, der begge betoner, at vanskelighederne skal ses som et kompliceret samspil mellem elevens forudsætninger/indlæringspotentiale, matematikkens stofområder, elevens socioøkonomiske baggrund samt undervisningens organisering.

Med det sidste udgangspunkt giver det mening, at betragte matematikvanskeligheder som både **relative** og **dynamiske**: Karakteren af vanskelighederne vil ændres, hvis blot en af komponenterne skifter karakter eller udvikles.

På trods af ovennævnte forskelle i teoretisk udgangspunkt er der voksende enighed om, at der baseret på kendetegn især findes tre typer af matematikvanskeligheder, der dog ikke entydigt kan opfattes som adskilte. I praksis vil man ofte finde kombinationer af de tre grupper.

---

<sup>15</sup> Magne: Den nye specialpedagogiske tenkningen innen matematikkundervisningen i *En matematikk for alle i en skole for alle* (2002) p 25-39

<sup>16</sup> Lunde: "fanden og hans bosted?" *Matematikkvansker i et sosiologisk perspektiv* i *En matematikk for alle i en skole for alle* (2002) p65-78



## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

- Procedurale vanskeligheder

I denne gruppe viser vanskelighederne sig især ved, at eleven betjener sig af langsomme og uhensigtsmæssige strategier – eksempelvis fingertælling. Eleven laver ofte fejl og mangler dybere forståelse for principperne bag de enkelte procedurer. Ved opgaver, der består af flere trin ses vanskeligheder med sekvensering. Elevens tidsforbrug under løsning af opgaver er ofte – som følge af vanskelighederne med at anvende strategierne hurtigt og sikkert – stort.

- Semantiske vanskeligheder

I denne gruppe er vanskelighederne knyttet til evnen til hurtigt at hente fakta fra langtidshukommelsen. Der ses som følge heraf mange fejl i forbindelse med at huske fakta i form af tabeller, formler mv. Elevens tidsforbrug under løsning af opgaver er ujævnt og usystematisk – varierende fra lang til ekstrem kort (gætning).

- Visio-spatiale vanskeligheder.

I denne gruppe er vanskelighederne knyttet til evnen til at danne mentale billeder, opfatte former/positioner samt arbejde med geometri. Man vil i denne gruppe finde elever, der – ud over vanskeligheder med at arbejde med geometri - har vanskeligheder med at løse komplekse tekstopgaver.

Neuropsykologisk inspirerede forskere og teoretikere<sup>17</sup> anser udvikling og etablering af en indre mentale tallinje som central for erhvervelse af talforståelse og grundlæggende matematiske færdigheder. Med en grov forenkling kan talforståelse<sup>18</sup> beskrives som en persons evne til,

- At afkode tal (visuel og auditiv)
- At skelne mellem mængder
- At angive mængder med talord/symboler (kvantificere)
- At kunne ændre mængder/tal (addition og subtraktion)

<sup>17</sup> Adler (2008), Butterworth (1999), Varma (2007), Lunde (2010).

<sup>18</sup> Her efter Lunde (2010). Det er her værd at bemærke, at der ikke er overensstemmelse mellem de enkeltes teoretikers brug af begreberne "talforståelse" og "antalsforståelse".

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

- At kunne vurdere mængder/tals størrelse i forhold til hinanden
- At kunne arbejde i sekvenser/se mønstre
- At forstå tallenes forskellige egenskaber (kardinal- og ordinaltal, måleenheder, navne).
- At forstå tallenes symbolværdi (tal = antal).

Etableringen af en sikker og fleksibel måde at anvende og forstå tallene på udvikles gennem barndommen, og bygger ifølge ovenstående teoretikere og forskere på kognitive funktioner, hvor især forhold omkring tempo/informationsprocessering, perception, hukommelsessystemer (arbejdshukommelse langtidshukommelse), opmærksomhed, sprog/begrebsdannelse og planlægningsevne anses som centrale.

### 5. En samlet model.

Ovenstående beskrivelse af matematik og matematikvanskeligheder kan kort sammenfattes i nedenstående model:

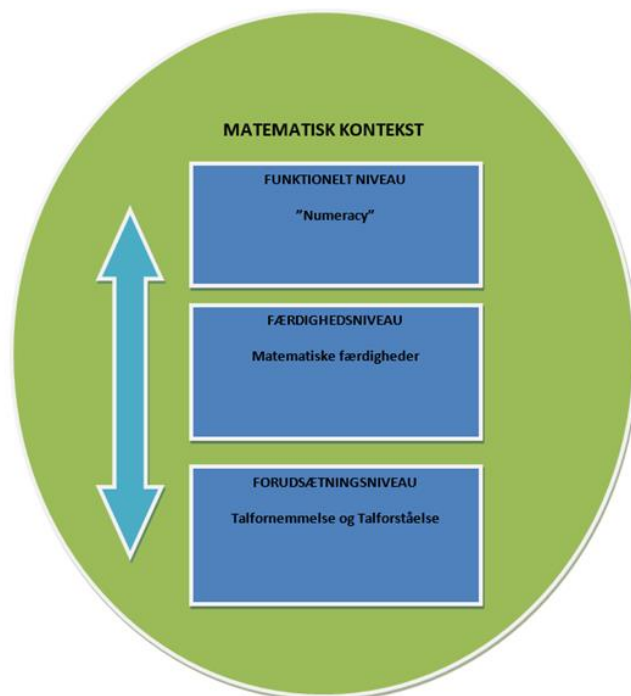
#### Matematisk kontekst

Når man møder en person i eller med matematikvanskeligheder, er det vigtigt at være opmærksom på, at vanskelighederne ikke optræder isoleret. Vanskelighederne optræder og manifesterer sig i en sammenhæng og de bagvedliggende årsager til vanskelighederne kan skyldes flere forhold.

Der er forskel på, hvorvidt vanskelighederne viser sig hos gymnasieeleven, der af angst for lektor Blomme glemmer det indlærte, rengøringsassistenten, der ikke kan dosere rengøringsmidlet korrekt eller skoleeleven, der ikke kan huske, indlære eller anvende multiplikationstabeller.

Som tidligere nævnt kan matematikvanskeligheder betragtes som et dynamisk og relativt begreb, hvor vanskelighederne kan komme til udtryk på mindst 3 niveauer – et forudsætningsniveau, et færdighedsniveau og et funktionelt niveau.

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager



### Funktionelle færdigheder (Funktionelt Niveau)

I undervisningsministeriets publikation *Nøglekompetencer – forskerbidrag til det Nationale Kompetenceregnskab* beskrives begrebet mathematical literacy som ”brugen af tal og matematiske udtryk i forskellige sammenhænge samt evnen til at anvende matematisk viden og færdigheder i praktiske sammenhænge i dagligdagen”. Det betones således, at de matematiske færdigheder her finder anvendelse i hverdags-, samfunds- og arbejdsliv løsrevet fra undervisningssituationer. De matematiske færdigheder anvendes funktionelt.

På dette niveau medfører matematikvanskelighederne, at man har svært ved at klare dagligdagens krav til matematisk tænkning. I dagligdagen anvendes matematikken til at løse, forstå og beskrive hverdagens, arbejdslivets og samfundslivets matematiske problemer. Det er naturligvis individuelt, hvilke krav den enkelte møder sin dagligdag, og matematikvanskeligheder er i denne betydning derfor ikke knyttet til et fastlagt pensum; men afgøres af den enkeltes livssituation.

## Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager

### Færdigheder (Færdighedsniveau)

Det er klart, at man må have erhvervet sig visse matematiske færdigheder for at kunne forstå og arbejde funktionelt med matematiske problemer: Man må kende til de 4 regningsarter for hurtigt og sikkert at kunne regne, kende til geometri og målestoksforhold, for at kunne læse og forstå arbejdstegninger, kunne aflæse grafer for at følge med i Tv's beskrivelser af den økonomiske udvikling etc.

Matematiske færdigheder kan kort beskrives som det minimum af færdigheder, der er nødvendige for at kunne beskrive, håndtere og løse matematiske problemer i en given kontekst. Opnåelse af matematiske færdigheder sker på baggrund af (lærings)forudsætninger og finder hovedsageligt sted i uddannelsessystemet. Færdigheder kan måles og evalueres i relation til fastsatte undervisningsmål - en norm for hvad der på et givet tidspunkt skal være opnået af færdigheder.

### Forudsætningsniveau.

Udvikling af matematiske færdigheder og evnen til at bearbejde matematiske problemstillinger bygger som nævnt ovenfor på nogle grundlæggende forudsætninger, hvor talfornemmelse og talforståelse samt visse kognitive funktioner (opmærksomhed og arbejdshukommelse) anses som centrale. Er disse forudsætninger ikke tilstede, vil man ikke i være i stand til at udvikle matematiske færdigheder svarende til det forventede og hermed ikke være i stand til at løse matematiske problemer og anvende matematik funktionelt.

Talfornemmelsen er medfødt, og begrebet dækker over evnen til intuitivt at afgøre antallet i mindre mængder (subitizing) og evnen til at skelne mellem størrelsen af mængder (enumeration eller ANS). Talforståelsen (se p 11) udvikles gennem barndommen via samspil med omgivelserne gennem læring og bygger på en veludviklet talfornemmelse.

## **Matematikvanskeligheder – baggrund og årsager**

Talfornemmelse og -forståelse er som tidligere nævnt centrale kendetegn under beskrivelsen af specifikke vanskeligheder eller dyskalkuli.